

## PROBLEMI PRVOG STUPNJA – ZADACI I RJEŠENJA

**Zadatak 1.:** Udaljenost od 100 km na zemljopisnoj karti je predočena udaljenošću od 2.5 cm. Kolika udaljenost na karti odgovara stvarnoj udaljenosti od 39 km?

**Rješenje:**

Stvarna udaljenost od 1 km na karti je predočena udaljenošću od  $2.5 : 100 = 0.025$  cm.

Stvarna udaljenost od 39 km na karti je predočena udaljenošću od  $0.025 \cdot 39 = 0.975$  cm.

**Zadatak za vježbu:** Neki automobil troši 5.2 litre goriva za put od 90 km. Koliko će goriva taj automobil potrošiti na putu od 225 km? **Rješenje:** 13 litara.

**Zadatak 2.:** Cijena knjige umanjuje se za 20%, a potom još i za 25%. Koliko je ukupno umanjena početna cijena knjige?

**Rješenje:**

Cijenu knjige prije sniženja proglasimo nepoznanicom  $x$ .

Cijena knjige nakon sniženja od 20% iznosi  $0.8x$ .

Cijena knjige nakon sniženja od 25% iznosi  $0.75 \cdot 0.8x = 0.6x$ .

Početna cijena knjige ukupno je umanjena za 40%.

**Zadatak za vježbu:** Cijena nekog proizvoda povećava se za 20%. Za koliko bi postotaka trebalo sniziti novu cijenu, da proizvod ponovno košta kao na samom početku? **Rješenje:** 16.67%.

**Zadatak 3.:** Stjepan je za 5 cm viši od Josipa, koji je 12 cm niži od Domagoja. Odredi visinu svakog od njih, ako su sva trojica ukupno visoki 581 cm.

**Rješenje:**

Budući da se Josip spomenuo u odnosu na jednog i drugog prijatelja, njegovu visinu (u cm) proglasimo nepoznanicom  $x$ .

Stjepan je za 5 cm viši od Josipa, pa je njegova visina  $x + 5$ . Josip je za 12 cm niži od Domagoja. Domagoj je, dakle, za 12 cm viši od Josipa, pa je njegova visina  $x + 12$ . Iz činjenice da znamo zbroj visina sve trojice, sastavimo jednadžbu, koju je lako riješiti.

$$x + (x + 5) + (x + 12) = 581$$

$$x + x + x = 581 - 5 - 12$$

$$3x = 564$$

$$x = 188$$

Josip je visok 188 cm, Stjepan 193 cm, a Domagoj 200 cm.

**Zadatak za vježbu:** Otac, koji ima 65 godina, ima kćer staru 35 godina. Prije koliko godina je otac bio dva puta stariji od kćeri? **Rješenje:** 5 godina.

**Zadatak 4.:** Kut uz osnovicu jednakokračnog trokuta odnosi se prema kutu nasuprot osnovice kao 3 : 4. Koliki su kutovi trokuta?

### Rješenje:

Problem naveden u zadatku nazivamo **problemom diobe**.

Označimo kutove u trokutu na sljedeći način: neka je  $\alpha$  kut nasuprot osnovice, a  $\beta$  i  $\gamma$  kutovi uz osnovicu. Budući da je trokut jednakokratan, kutevi  $\beta$  i  $\gamma$  su jednakih veličina. Vrijedi da je  $\alpha : \beta : \gamma = 4 : 3 : 3$ . Uvedimo koeficijent proporcionalnosti  $k$  tako da je  $\alpha = 4k$ ,  $\beta = 3k$  i  $\gamma = 3k$ . Iz činjenice da je zbroj svih kutova u trokutu  $180^\circ$  slijedi jednačica i rješenje.

$$4k + 3k + 3k = 180$$

$$10k = 180 / : 10$$

$$k = 18$$

Kut nasuprot osnovice je  $\alpha = 72^\circ$ , a kut uz osnovicu je  $\beta = \gamma = 54^\circ$ .

**Zadatak za vježbu:** U smjesi za beton, cement i šljunak nalaze se u omjeru 1 : 3. Koliko je cementa potrebno za 500 kg betona? **Rješenje:** 125 kg.

**Zadatak 5.:** Iz dvaju gradova istovremeno krenu jedan drugome ususret dva automobila, jedan brzinom od 60 km/h, a drugi 80 km/h. Ako su gradovi međusobno udaljeni 448 km, nakon koliko će se vremena automobili susresti?

### Rješenje:

Problem naveden u zadatku nazivamo **problemom gibanja**.

Uvedimo sljedeće oznake:

$v_1 = 60$  km/h – brzina prvog automobila

$v_2 = 80$  km/h – brzina drugog automobila

$s_1$  – put koji prijeđe prvi automobil

$s_2$  – put koji prijeđe drugi automobil

$t_1 = t_2 = t$  – vrijeme koje protekne do susreta dvaju automobila

Iz činjenice da dva automobila zajedno prevale put od 448 km, slijedi jednačica koju potom riješimo.

$$s_1 + s_2 = 448$$

$$v_1 t_1 + v_2 t_2 = 448$$

$$60t + 80t = 448$$

$$140t = 448 / : 140$$

$$t = \frac{448}{140} \text{ h} = 3.2 \text{ h} = 3 \text{ h } 12 \text{ m}$$

Automobili će se susresti nakon 3 sata i 12 minuta vožnje.

**Zadatak za vježbu:** Ivica biciklom prijeđe put od kuće do škole za 20 minuta. Ako bi brzinu povećao za 5 km/h, u školu bi stizao za 15 minuta. Koliko je Ivičina kuća udaljena od škole?

**Rješenje:** 5 km.

**Zadatak 6.:** Jedan radnik radi neki posao i planira ga dovršiti za 8 sati. No, nakon 2 sata pridruži mu se drugi radnik i oni završe posao nakon 3 sata rada. Koliko bi vremena trebalo drugom radniku da je sam radio taj posao?

### Rješenje:

Problem naveden u zadatku nazivamo **problemom zajedničkog rada**.

Vrijeme (u satima) potrebno drugom radniku da sam završi posao proglašimo nepoznanicom  $x$ .

Za jedan sat rada prvi radnik završi  $1/8$  posla, a drugi radnik  $1/x$  posla. Za prva dva sata, dok je radio sam, prvi je radnik završio  $2/8$  posla. Nakon toga, tri su sata radili zajedno i završili  $3(1/8 + 1/x)$  posla. Kad se zbroje ti učinci, završen je kompletan posao (1). Sastavimo i riješimo jednažbu.

$$\frac{2}{8} + 3\left(\frac{1}{8} + \frac{1}{x}\right) = 1$$

$$\frac{2}{8} + \frac{3}{8} + \frac{3}{x} = 1 / \cdot 8x$$

$$5x + 24 = 8x$$

$$5x - 8x = -24$$

$$-3x = -24 / : (-3)$$

$$x = 8$$

I drugom bi radniku za završetak čitavog posla trebalo 8 sati.

**Zadatak za vježbu:** Ako bi se bazen punio vodom iz prve slavine, punjenje bi trajalo 4 sata. Ako bi se punio vodom iz druge slavine, napunio bi se za 6 sati. Koliko bi trajalo punjenje bazena s obje slavine zajedno? **Rješenje:** 2 sata i 15 minuta.

**Zadatak 7.:** Svježe smokve sadrže 72%, a suhe 20% vode. Koliko se suhих smokava dobije sušenjem 20 kg svježih?

### Rješenje:

Dobivenu količinu suhих smokava (u kg) proglašimo nepoznanicom  $x$ .

U svježim je smokvama, dakle, 72% vode i 28% suhe tvari. Suhe smokve sadrže 20% vode i 80% suhe tvari. Sušenjem se ne mijenja količina suhe tvari (samo isparava voda). Izjednačimo tu količinu u suhim i svježim smokvama, te riješimo dobivenu jednažbu.

$$0.8x = 0.28 \cdot 20$$

$$0.8x = 5.6 / : 0.8$$

$$x = 7$$

Sušenjem 20 kg svježih smokava, dobije se 7 kg suhих smokava.

**Zadatak za vježbu:** Sušenjem oraha gubi se 25% njihove mase. Od koje će se mase svježih oraha nakon sušenja dobiti 3 kg suhих oraha? **Rješenje:** 4 kg.

**Zadatak 8.:** Miješamo tri vrste kave. Uzmemo li 120 kg po cijeni od 40 kn/kg i 150 kg po cijeni od 36 kn/kg, koliko moramo uzeti kave po cijeni od 45 kn/kg želimo li da cijena mješavine bude 42 kn/kg?

### Rješenje:

Problem naveden u zadatku nazivamo **problemom smjese**.

Količinu (u kg) kave po cijeni od 45 kn/kg proglašimo nepoznanicom  $x$ .

Količine i cijene pojedinih vrsta kava i njihove mješavine možemo pregledno prikazati tablicom:

količina (kg)	cijena (kn/kg)	
120	40	
150	36	
x	45	+
270 + x	42	

Stavke iz svakog retka pomnožimo kako bi dobili ukupnu cijenu pojedine vrste kave, odnosno njihove mješavine. Dobivenu jednadžbu zatim riješimo.

$$40 \cdot 120 + 36 \cdot 150 + 45x = 42(270 + x)$$

$$4800 + 5400 + 45x = 11340 + 42x$$

$$45x - 42x = 11340 - 10200$$

$$3x = 1140 / : 3$$

$$x = 380$$

Treba uzeti 380 kg kave po cijeni od 45 kn/kg.

**Zadatak za vježbu:** Jedna vrsta dušične kiseline koncentracije je 30%, a druga 55%. Koliko koje vrste treba pomiješati da bi se dobilo 100 litara kiseline koncentracije 50%? **Rješenje:** 20 litara 30%-tne i 80 litara 50%-tne.