

Ponavljanje za pismeni ispit – kvadratna funkcija

1. Ispitaj tijek i skiciraj graf funkcije:

a. $f(x) = -x^2 + 6x - 8$,

- Otvor parabole: dolje zbog $a = -1 < 0$
- Nultočke:
 $D = b^2 - 4ac = 6^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-8) = 36 - 32 = 4 > 0 \rightarrow$ dvije nul-točke

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-6 \pm \sqrt{4}}{-2} = \frac{-6 \pm 2}{-2}$$

$$x_1 = \frac{-6 + 2}{-2} = \frac{-4}{-2} = 2$$

$$x_2 = \frac{-6 - 2}{-2} = \frac{-8}{-2} = 4$$

- Tjeme:

$$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-6}{-2} = 3$$

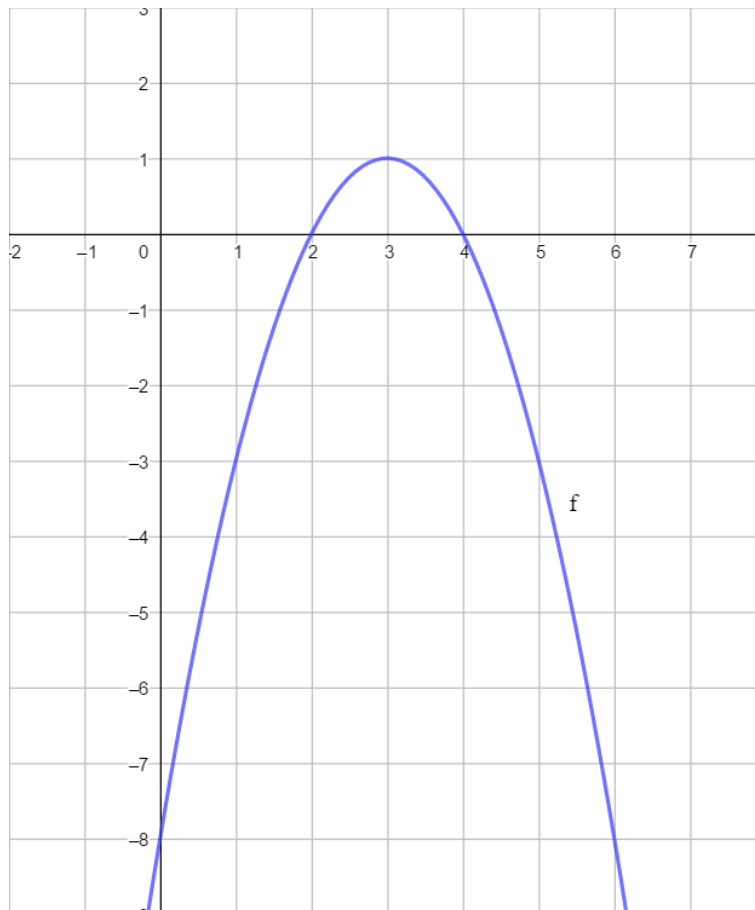
$$y_0 = \frac{-D}{4a} = \frac{-4}{-4} = 1$$

$T(3,1) \rightarrow$ za 3 funkcija postiže najveću vrijednost (maksimum) 1

- Os simetrije: pravac $x = x_0 \rightarrow x = 3$
- Pad i rast:

x	$-\infty$		3		∞
$f(x)$	$-\infty$	\nearrow	1	\searrow	$-\infty$
			maks.		

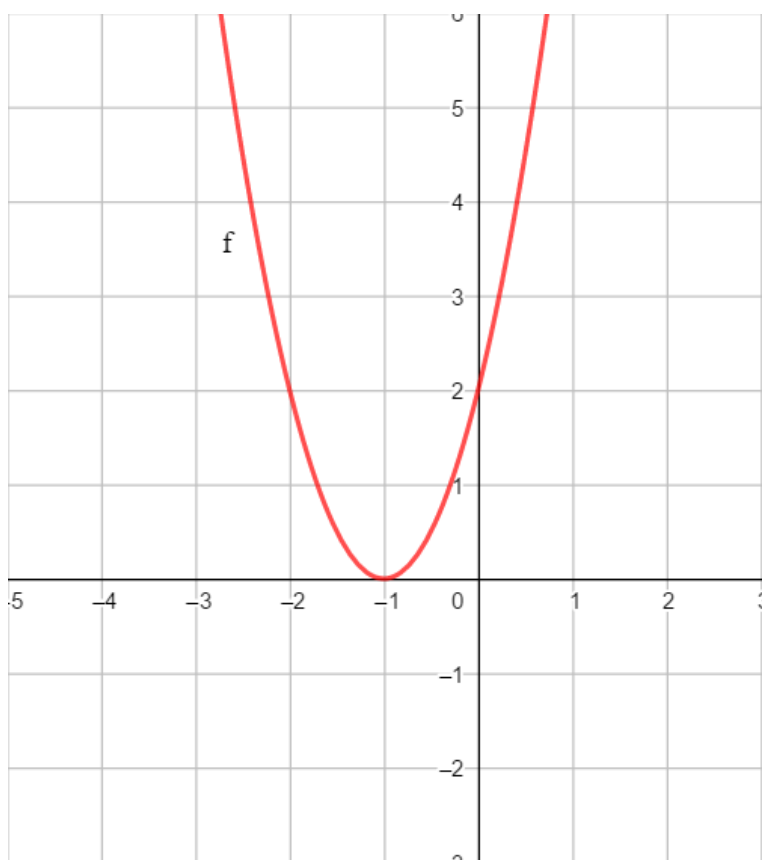
- Presjek s osi y : $(0,c) \rightarrow (0,-8)$
- Graf:



b. $f(x) = 2x^2 + 4x + 2$,

- Otvor parabole: gore zbog $a = 2 > 0$
- Nultočke:
 $D = b^2 - 4ac = 4^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = 16 - 16 = 0 \rightarrow$ jedna nul-točka
 $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-4 \pm \sqrt{0}}{4} = -1$
- Tjeme:
 u slučaju jedne nul-točke, ta je točka ujedno i tjeme parabole
 $T(-1, 0) \rightarrow$ za -1 funkcija postiže najmanju vrijednost (minimum) 0
- Os simetrije: pravac $x = x_0 \rightarrow x = -1$
- Pad i rast:

x	$-\infty$	-1	∞
$f(x)$	∞	0	∞
	\searrow	min.	\nearrow
- Presjek s osi y : $(0, c) \rightarrow (0, 2)$
- Graf:



c. $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x + 1,$

- Otvor parabole: gore zbog $a = \frac{1}{2} > 0$

- Nultočke:

$$D = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 = 1 - 2 = -1 < 0 \rightarrow \text{nema nul-točaka}$$

- Tjeme:

$$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-1)}{2 \cdot \frac{1}{2}} = \frac{1}{1} = 1$$

$$y_0 = \frac{-D}{4a} = \frac{-(-1)}{4 \cdot \frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$$

$T(1, \frac{1}{2}) \rightarrow$ za 1 funkcija postiže najmanju vrijednost (minimum) $\frac{1}{2}$

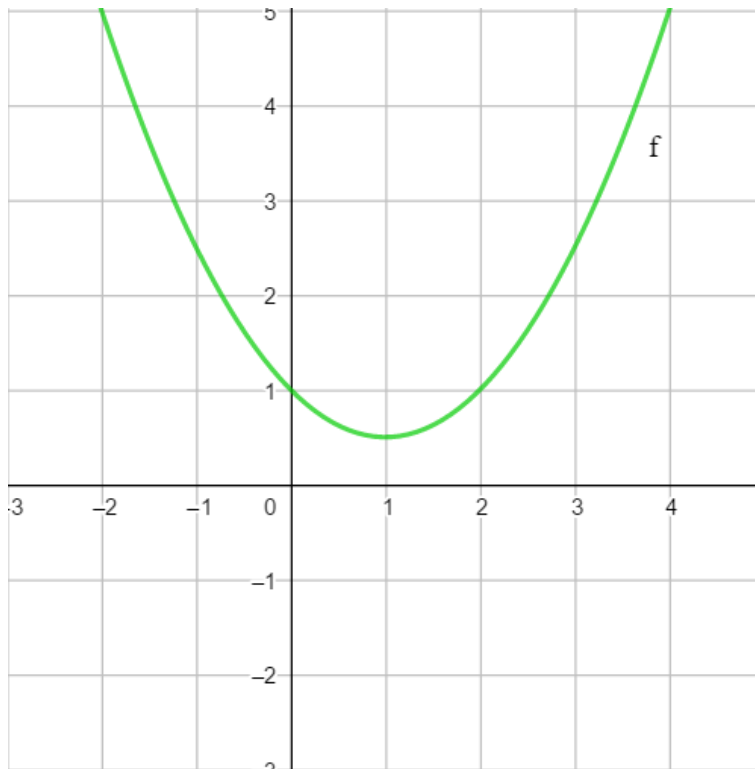
- Os simetrije: pravac $x = x_0 \rightarrow x = 1$

- Pad i rast:

x	$-\infty$		1		∞
$f(x)$	∞	\searrow	$\frac{1}{2}$ min.	\nearrow	∞

- Presjek s osi y: $(0, c) \rightarrow (0, 1)$

- Graf:



2. Lopta je bačena vertikalno uvis. Visina lopte nakon t sekundi gibanja opisana je kvadratnom funkcijom $s(t) = -4t^2 + 12t$.

a. Koliki je domet lopte?

traži se najveća vrijednost kvadratne funkcije

$$s_0 = y_0 = \frac{4ac - b^2}{4a} = \frac{4 \cdot (-4) \cdot 0 - 12^2}{4 \cdot (-4)} = \frac{0 - 144}{-16} = 9$$

Domet lopte je 9 metara visine.

b. U kojem će trenutku lopta biti na najvišoj točki svoje putanje?

traži se vrijeme za koje funkcija postiže najveću vrijednost

$$t_0 = x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-12}{2 \cdot (-4)} = \frac{-12}{-8} = 1.5$$

Lopta će biti na najvišoj točki putanje nakon 1.5 sekundi.

c. Nakon koliko će sekundi lopta pasti na tlo?

traže se nul-točke funkcije

$$-4t^2 + 12t = 0 / : (-4)$$

$$t^2 - 3t = 0$$

$$t(t - 3) = 0$$

$$t_1 = 0 \quad t - 3 = 0$$

$$t_2 = 3$$

prvo rješenje predstavlja početni, a drugo završni trenutak gibanja

Lopta će pasti na tlo nakon 3 sekunde.

d. Koliko dugo će se lopta nalaziti na visini od 8 m ili više?

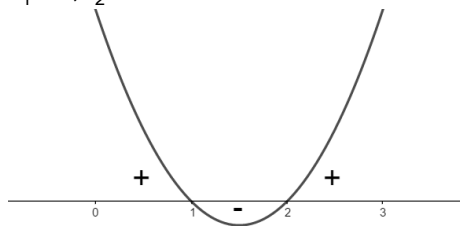
tražimo vrijednosti t za koje će vrijednost funkcije biti 8 m ili više

$$-4t^2 + 12t \geq 8$$

$$-4t^2 + 12t - 8 \geq 0 / : (-4)$$

$$t^2 - 3t + 2 \leq 0$$

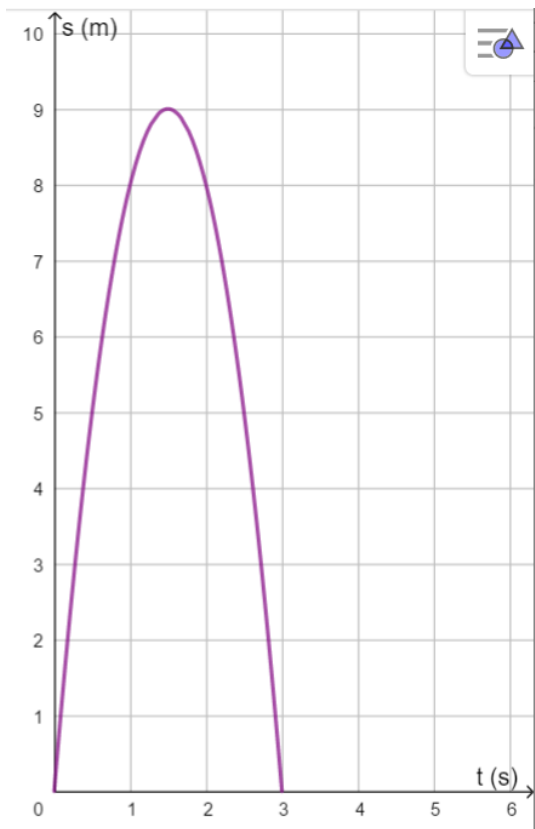
$$t_1 = 1, t_2 = 2$$



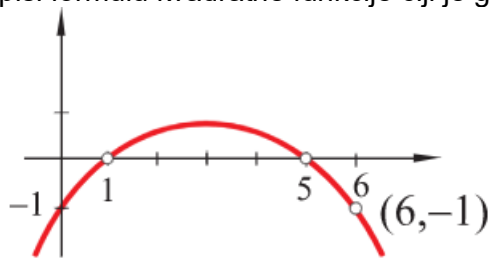
funkcija na slici negativne vrijednosti poprima između nul-točaka 1 i 2

Lopta će se na navedenoj visini nalaziti 1 sekundu (između 1. i 2. s od početka gibanja).

e. Skicirati s-t dijagram opisanog vertikalnog hica.



3. Napiši formulu kvadratne funkcije čiji je graf prikazan na slici.



$$x_1 = 1, x_2 = 5$$

$$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$$

$$f(x) = a(x - 1)(x - 5)$$

$$A(6, -1)$$

$$-1 = a(6 - 1)(6 - 5)$$

$$-1 = a \cdot 5 \cdot 1$$

$$-1 = 5a$$

$$5a = -1 / : 5$$

$$a = -\frac{1}{5}$$

$$f(x) = -\frac{1}{5}(x - 1)(x - 5)$$

$$f(x) = -\frac{1}{5}(x^2 - 5x - x + 5)$$

$$f(x) = -\frac{1}{5}(x^2 - 6x + 5)$$

$$f(x) = -\frac{1}{5}x^2 + \frac{6}{5}x - 1$$

1) Koliki je vodeći koeficijent kvadratne funkcije $f(x) = ax^2 + 7x + 11$, ako je $f(-1) = 8$?

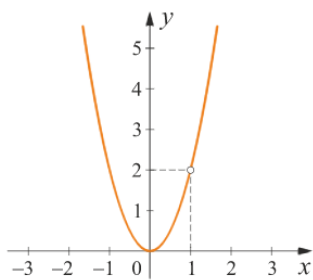
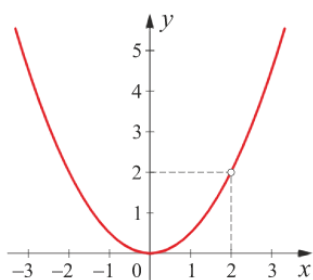
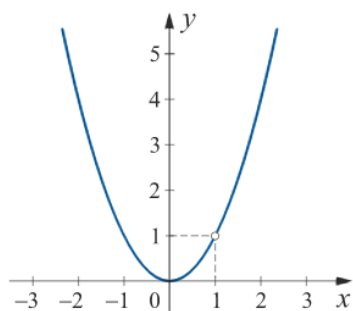
4

-4

0

12

2) Koji od nacrtanih grafova je graf funkcije $f(x) = 0.5x^2$?



3) Koja je točka tjeme grafa funkcije $f(x) = 2(x - 4)^2$?

$(-4, 0)$

$(0, 4)$

$(0, -4)$

$(4, 0)$

4) Tjeme parabole je $V(5, 0)$ i prolazi točkom $A(4, 7)$. Koja od ponuđenih je njezina jednadžba?

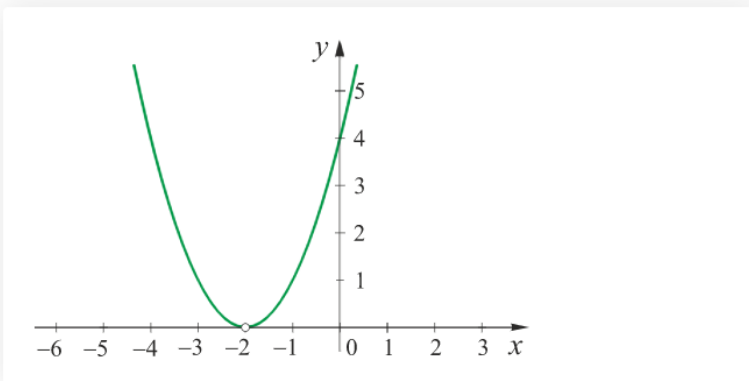
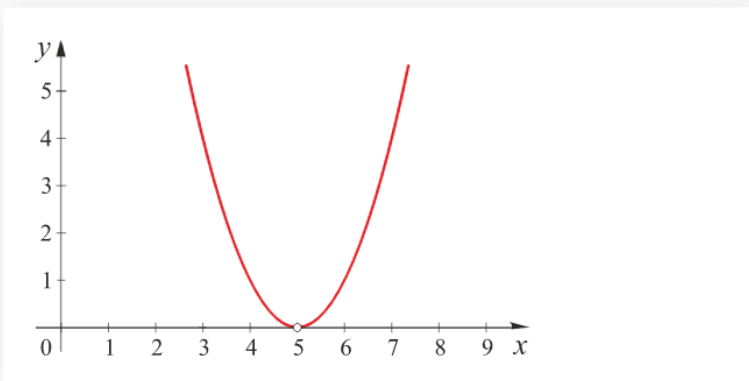
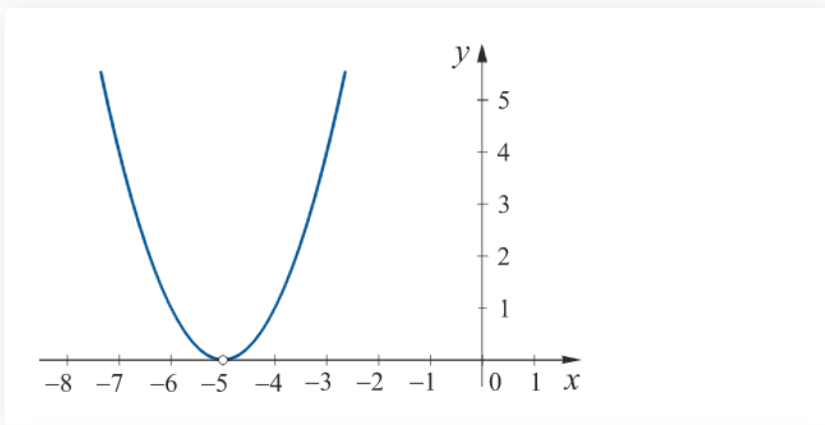
$$y = -7(x - 5)^2$$

$$y = 7(x - 5)^2$$

$$y = 7(x + 5)^2$$

$$y = (x - 5)^2$$

5) Koji od nacrtanih grafova je graf funkcije $f(x) = (x + 5)^2$?



6) Koji je pravac os simetrije parabole $y = 2(x - 6)^2$?

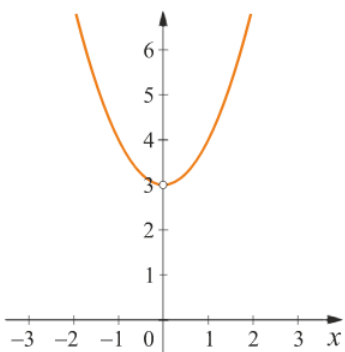
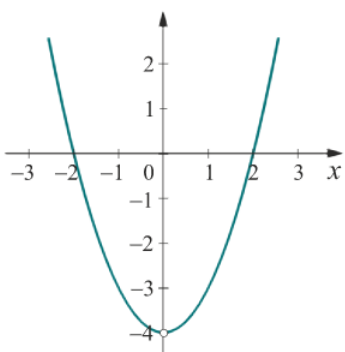
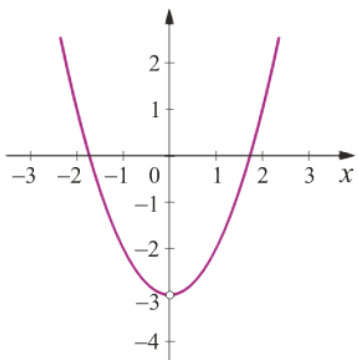
$x = 2$

$x = -2$

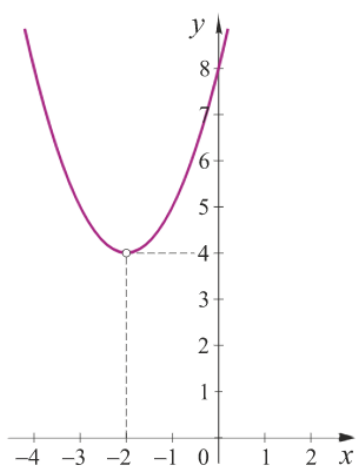
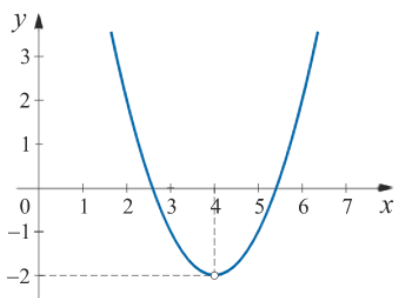
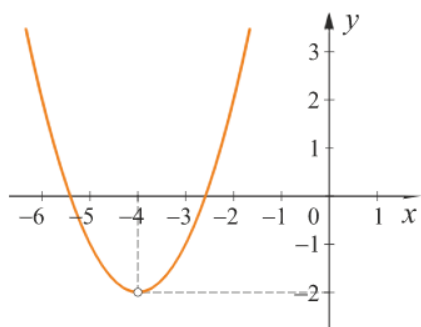
$x = -6$

$x = 6$

7) Koji od nacrtanih grafova je graf funkcije $f(x) = x^2 - 3$?



1) Koji od nacrtanih grafova je graf funkcije $f(x) = (x + 4)^2 - 2$?



2) Ako je tjeme parabole $V(-3, 4)$, a njezin vodeći koeficijent je $a = -4$, kako glasi njezina jednađba?

$$y = -4(x - 4)^2 - 3$$

$$y = -4(x + 4)^2 - 3$$

$$y = 4(x - 3)^2 + 4$$

$$y = -4(x + 3)^2 + 4$$

3) Jedna nultočka kvadratne funkcije je $A(-2, 0)$, a tjeme joj je $T(2, 8)$. Kako glasi njezina jednađba?

$$f(x) = \frac{1}{2}(x + 2)^2 + 8$$

$$f(x) = (x - 2)^2 + 8$$

$$f(x) = \frac{1}{2}(x - 2)^2 + 8$$

$$f(x) = \frac{1}{4}(x - 2)^2 + 8$$

4) Koja je točka tjeme parabole $y = x^2 - 4x - 3$?

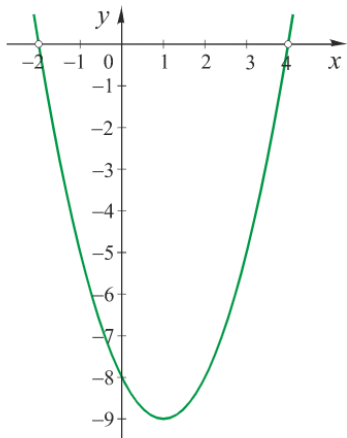
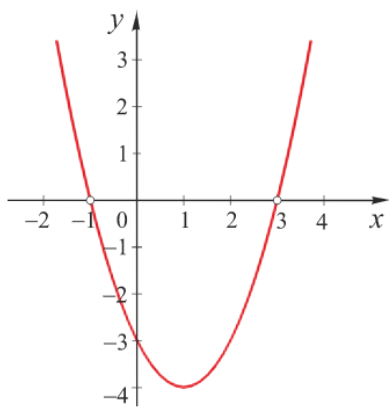
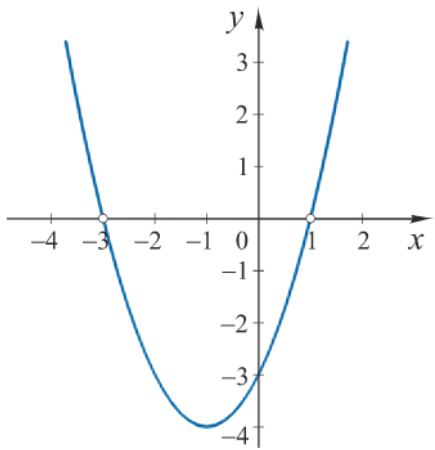
$$(-2, -7)$$

$$(2, -7)$$

$$(4, -7)$$

$$(2, 7)$$

5) Koji od nacrtanih grafova je graf funkcije $f(x) = x^2 - 2x - 3$?



6) Koji je pravac os simetrije parabole $y = 3x^2 - 18x + 11$?

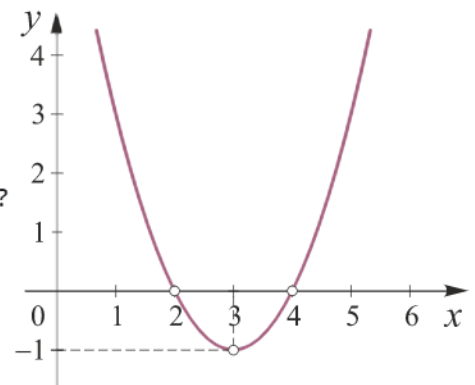
$$y = 3$$

$$x = -3$$

$$x = -18$$

$$x = 3$$

7) Nacrtan je graf jedne kvadratne funkcije. Kako glasi njezina jednađžba?



$$f(x) = x^2 + 6x + 8$$

$$f(x) = x^2 - 6x + 8$$

$$f(x) = x^2 - 6x + 12$$

$$f(x) = x^2 + 4x + 8$$

1) Za $x = 2$ funkcija $f(x) = x^2 + bx + c$ postiže svoj minimum -5 . Koliki je koeficijent c ?

-1

1

-5

-12

2) Kolika je najmanja vrijednost funkcije $f(x) = x^2 - 2x - 3$?

-2

4

-4

2

3) Za koji parameter b funkcija $f(x) = 2x^2 + bx + 11$ poprima minimalnu vrijednost za $x = 8$?

6

-32

-16

32

4) Koja funkcija od ponuđenih ima nultočku 6, a za -2 postiže maksimum 16?

$$f(x) = -\frac{1}{4}x^2 - x + 15$$

$$f(x) = \frac{1}{4}x^2 - x + 15$$

$$f(x) = x^2 - x + 16$$

$$f(x) = 4x^2 - x + 15$$

5) Zbroj dva broja je 36. Koji su to brojevi ako im je zbroj kvadrata najmanji?

$$-18 \text{ i } -18$$

$$18 \text{ i } 18$$

$$10 \text{ i } 26$$

$$19 \text{ i } 17$$

6) Koja kvadratna funkcija ima minimum $-\frac{1}{2}$ i za koju vrijedi $f(-1) = f(5) = 4$?

$$f(x) = \frac{9}{2}x^2 - 18x - \frac{37}{2}$$

$$f(x) = x^2 - 18x - \frac{37}{2}$$

$$f(x) = x^2 - 18x - 37$$

$$f(x) = \frac{9}{2}x^2 + 18x - \frac{37}{4}$$

1) Koji je skup rješenje nejednadžbe $x^2 - 25 \leq 0$?

$[-5, 5]$

$\langle -5, 5 \rangle$

$\langle -\infty, -5] \cup [5, \infty \rangle$

d) $\langle -\infty, -5 \rangle \cup \langle 5, \infty \rangle$

2) Koji je skup rješenje nejednadžbe $\frac{2x - 1}{4x + 5} \geq 0$?

$\left[-\frac{5}{4}, \frac{1}{2} \right)$

$\langle -\infty, -\frac{5}{4} \rangle \cup \langle \frac{1}{2}, \infty \rangle$

$\langle -\infty, -\frac{5}{4} \rangle \cup \left[\frac{1}{2}, \infty \right)$

$\langle -\infty, -\frac{5}{4} \rangle \cup \left[\frac{1}{2}, \infty \right)$

3) Koji je skup rješenje nejednadžbe $\frac{1}{x^2} < 0$?

prazan skup

$\{0\}$

\mathbb{R}

$[0, \infty)$

4) Za koje parametre m kvadratna funkcija $f(x) = x^2 - (m + 1)x + 4$ ima dvije različite realne nul-točke?

$$m \in \langle -\infty, -5 \rangle \cup [3, \infty)$$

$$m \in \langle -\infty, -5 \rangle \cup \langle 3, \infty \rangle$$

$$m \in \langle -\infty, -4 \rangle \cup \langle 4, \infty \rangle$$

$$d) m \in \langle -\infty, -4 \rangle \cup [4, \infty)$$

5) Za koje parametre m kvadratna funkcija $f(x) = 6x^2 + mx + 1$ nema nul-točaka?

$$m \in [-2, 2]$$

$$m \in [-2\sqrt{6}, 2\sqrt{6}]$$

$$m \in \langle -2\sqrt{6}, 2\sqrt{6} \rangle$$

$$m \in \langle -2, 2 \rangle$$

6) Koji je skup rješenja nejednadžbe $\frac{x^2 - 9}{16 - x^2} \geq 0$?

$$\langle -4, -3 \rangle \cup [3, 4)$$

$$[-4, -3] \cup [3, 4]$$

$$\langle -\infty, -4 \rangle \cup [4, \infty)$$

$$\langle -\infty, -4 \rangle \cup \langle 4, \infty \rangle$$