

Ispitivanje tijeka i skiciranje grafa funkcije

Ispitivanje f:

1. Domena

- nazivnik razlomka $\neq 0$
- izraz pod korijenom ≥ 0
- izraz pod logaritmom > 0

2. Asimptote

- vertikalna ($x=c$): $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = \pm\infty$
- lijeva horizontalna ($y=l$): $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = l$
- desna horizontalna ($y=l$): $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = l$
- lijeva kosa ($y=kx+l$): $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = k$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - kx] = l$
- desna kosa ($y=kx+l$): $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = k$, $\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - kx] = l$

3. Nultočke

- rješenja jednadžbe $f(x)=0$

4. Parnost / neparnost

- parna funkcija: $f(-x) = f(x)$
- neparna funkcija: $f(-x) = -f(x)$

5. Periodičnost

- periodična funkcija s periodom T : $f(x+T) = f(x)$

6. Nekoliko pomoćnih točaka

- vrijednosti funkcije u nekoliko točaka

Ispitivanje f':

1. Stacionarne točke

- rješenja jednadžbe $f'(x) = 0$

2. Intervali monotonosti

- $f'(x) > 0 \Rightarrow f$ raste na intervalu
- $f'(x) < 0 \Rightarrow f$ pada na intervalu

3. Ekstremi (pomoću f')

$$f'(x_0) = 0$$

lijevo od x_0	desno od x_0	karakter točke
$f'(x) > 0$	$f'(x) < 0$	u x_0 lokalni maksimum
$f'(x) < 0$	$f'(x) > 0$	u x_0 lokalni minimum
$f'(x) > 0$	$f'(x) > 0$	u x_0 nema ekstrema
$f'(x) < 0$	$f'(x) < 0$	u x_0 nema ekstrema

Ispitivanje f'':

1. Ekstremi (pomoću f'')

- x_0 stacionarna točka i $f''(x_0) > 0 \Rightarrow$ u x_0 lokalni minimum
- x_0 stacionarna točka i $f''(x_0) < 0 \Rightarrow$ u x_0 lokalni maksimum

2. Moguće točke pregiba (infleksije)

- rješenja jednadžbe $f''(x) = 0$

3. Intervali konveksnosti / konkavnosti

- $f''(x) > 0 \Rightarrow f$ konveksna na intervalu
- $f''(x) < 0 \Rightarrow f$ konkavna na intervalu

4. Točke pregiba (infleksije)

$$f''(x_0) = 0$$

lijevo od x_0	desno od x_0	karakter točke
$f''(x) > 0$	$f''(x) < 0$	u x_0 točka pregiba
$f''(x) < 0$	$f''(x) > 0$	u x_0 točka pregiba

Napomene za racionalnu funkciju

- racionalna funkcija ima vertikalne asimptote u nultočkama nazivnika
- racionalna funkcija ima horizontalnu asimptotu (istovremeno lijevu i desnu) akko je stupanj brojnika manji ili jednak stupnju nazivnika
- racionalna funkcija ima kosu asimptotu (istovremeno lijevu i desnu) akko je stupanj brojnika za jedan veći od stupnja nazivnika
- ekstreme racionalne funkcije tražimo pomoću f' , jer f'' može biti komplicirana